

## 单元素养测评卷(一)

## 第一章

时间:120分钟 分值:150分

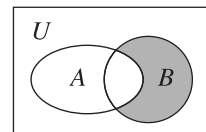
一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. [2023·江西景德镇一中期中] 已知全集为 $\mathbf{R}$ ,集合 $A = \{x | 2^x \geq 1\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 3x + 2 < 0\}$ ,则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) =$  ( )
- A.  $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$   
 B.  $\{x | 0 \leq x \leq 1, \text{或 } x \geq 2\}$   
 C.  $\{x | 1 < x < 2\}$   
 D.  $\{x | 0 \leq x < 1, \text{或 } x > 2\}$
2. 下列命题是真命题的是 ( )
- A. 若 $ac > bc$ ,则 $a > b$   
 B. 若 $a^2 > b^2$ ,则 $a > b$   
 C. 若 $a > b$ ,则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$   
 D. 若 $c > d, a > b$ ,则 $a - d > b - c$
3. 设集合 $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{a + 1, 6\}$ ,且 $A \cap B = \{1\}$ ,则 $A \cup B$ 的子集的个数为 ( )
- A. 4  
 B. 6  
 C. 7  
 D. 8
4. 已知不等式 $ax^2 - 5x + b > 0 (a \neq 0)$ 的解集为 $\{x | -3 < x < 2\}$ ,则不等式 $bx^2 - 5x + a < 0$ 的解集是 ( )
- A.  $\{x | -\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}\}$   
 B.  $\{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}\}$   
 C.  $\{x | x < -\frac{1}{3}, \text{或 } x > \frac{1}{2}\}$   
 D.  $\{x | x < -\frac{1}{2}, \text{或 } x > \frac{1}{3}\}$
5. 若 $a = \sqrt{3} + \frac{1}{2\sqrt{2}}$ ,  $b = \sqrt{5} - \frac{1}{2\sqrt{3}}$ ,  $c = \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}$ ,则 ( )
- A.  $a > c > b$   
 B.  $a > b > c$   
 C.  $c > b > a$   
 D.  $b > c > a$

6. 若 $x > 1$ ,则 $\frac{x^2 - 2x + 2}{2x - 2}$ 的最小值为 ( )
- A. 1  
 B. 2  
 C. 4  
 D. 8
7. 下列说法错误的是 ( )
- A. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$ ,使 $x^2 + x + 1 < 0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbf{R}$ ,有 $x^2 + x + 1 \geq 0$ ”  
 B. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ,“ $a > 1$ 且 $b > 1$ ”是“ $ab > 1$ ”的充分不必要条件  
 C. “ $x = 1$ ”是“ $x^2 - 3x + 2 = 0$ ”的充要条件  
 D. 若 $p$ 是 $q$ 的充分不必要条件,则 $q$ 是 $p$ 的必要不充分条件
8. 已知“ $\exists x \in \mathbf{R}$ ,使 $2x^2 + (a - 1)x + \frac{1}{2} \leq 0$ ”是假命题,则实数 $a$ 的取值范围是 ( )
- A.  $a < -1$   
 B.  $-1 < a < 3$   
 C.  $a > -3$   
 D.  $-3 < a < 1$

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 设全集为 $U$ ,则图中的阴影部分用集合可表示为 ( )
- A.  $A \cap B$   
 B.  $(\complement_U A) \cap B$   
 C.  $[\complement_U (A \cap B)] \cap B$   
 D.  $(\complement_U A) \cup B$



10. [2024·陕西渭南蓝光中学高一期末] 若“ $x < k$ 或 $x > k + 2$ ”是“ $-4 < x < 1$ ”的必要不充分条件,则实数 $k$ 的值可以是 ( )
- A. -8  
 B. -5  
 C. -3  
 D. 1
11. 设正实数 $x, y, z$ 满足 $x^2 - 3xy + 4y^2 - z = 0$ ,当 $\frac{z}{xy}$ 取得最小值时,下列结论正确的是 ( )
- A.  $z = xy$   
 B.  $x = y$   
 C.  $x + 2y - z$ 的最小值为-2  
 D.  $x + 2y - z$ 的最大值为2

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 已知集合 $A = \{1, 3, a^2\}$ ,  $B = \{1, a + 2\}$ ,若 $A \cup B = A$ ,则实数 $a =$ \_\_\_\_\_.
13. [2024·河南原阳一中高一月考] 已知集合 $A = \{x | \frac{3}{x+1} < 1\}$ ,  $B = \{x | a \leq x \leq a + 3\}$ ,若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要条件,则实数 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.
14. 已知 $x > 0, y > 0$ ,且 $x + 2y = xy$ ,若不等式 $x + 2y \geq m^2 - 2m$ 恒成立,则实数 $m$ 的取值范围为\_\_\_\_\_.
- 四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.
15. (13分)已知集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 7\}$ ,  $B = \{x | -2m + 1 < x < m\}$ ,全集为 $\mathbf{R}$ .
- (1)若 $m = 5$ ,求 $A \cup B, (\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$ ;  
 (2)若 $A \cap B = A$ ,求 $m$ 的取值范围.



16. (15分)(1)已知  $x > 0$ , 求函数  $y = \frac{x^2 - x + 4}{x}$  的最小值;  
 (2)已知  $a, b$  都是正实数, 且  $ab = 2$ , 求证:  $(1 + 2a)(1 + b) \geq 9$ .

17. (15分)某车站准备在某仓库外利用其一侧原有墙体, 建造一个高为 3 米, 底面积为 12 平方米, 且背面靠墙的长方体形状的保管员室, 由于保管员室的背面靠墙, 无需建造费用, 因此甲工程队给出的报价如下: 保管员室前面新建墙体的报价为每平方米 400 元, 左、右两面新建墙体的报价均为每平方米 150 元, 屋顶和地面以及其他报价共计 7200 元. 设保管员室的左、右两面墙体的长度均为  $x (2 \leq x \leq 6)$  米, 且墙体厚度忽略不计.  
 (1)当左、右两面墙体的长度为多少米时, 甲工程队的报价最低?  
 (2)现有乙工程队也参与此保管员室建造竞标, 其给出的整体报价为  $\frac{900a(1+x)}{x}$  元 ( $a > 0$ ), 若无论左、右两面墙体的长度为多少米, 乙工程队都能竞标成功 (报价低的工程队中标), 求  $a$  的取值范围.

18. (17分)已知  $a \neq 0$ .  
 (1)若关于  $x$  的不等式  $ax^2 - (a+1)x + 1 \leq 2$  在  $\mathbf{R}$  上恒成立, 求实数  $a$  的取值范围;  
 (2)解关于  $x$  的不等式  $ax^2 - (a+1)x + 1 < 0$ .

19. (17分)[2024·江西景德镇一中高一月考] 已知数集  $A$  及定义在该数集上的某个运算“ $*$ ”, 如果对一切  $a \in A, b \in A$ , 都有  $a * b \in A$ , 那么就说, 集合  $A$  对运算“ $*$ ”是封闭的.  
 (1)设  $A = \{x \mid x = m + \sqrt{2}n, m, n \in \mathbf{Z}\}$ , 判断数集  $A$  对通常的实数的乘法运算是否封闭?  
 (2)设  $B = \{x \mid x = m + \sqrt{2}n, m, n \in \mathbf{Z}, \text{且 } n \neq 0\}$ , 问数集  $B$  对通常的实数的乘法运算是否封闭? 试证明你的结论.